

Computación Científica I
Certamen N^o 4 — Sa.14.06.03, 10:00, C-228 ¹

1. Considere la matriz $C = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

- (a) [1 Punto] ¿Es positiva definida la matriz C ?
- (b) [2 Puntos] Obtenga la factorización de Cholesky de la matriz C .
- (c) [1 Punto] Si $A, B \in M(n \times n, \mathbb{R})$, ¿es estable el cálculo de $A + B$?

2. Considere la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ y el vector $b = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}$.

- (a) [2 Puntos] Obtenga la factorización $PA = LU$ de la matriz A . Exhiba claramente la sucesión de matrices P_j y L_k que permiten la factorización.
- (b) [1 Puntos] Usando su factorización $PA = LU$ resuelva el sistema $Ax = b$.
- (c) [1 Puntos] Si los coeficientes de A son exactos pero las componentes de b tienen un error del 5%, ¿qué error máximo es razonable esperar en la norma cuadrática de la solución x ?

3. Sea $P = \begin{bmatrix} 8 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 4 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -4 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$.

- (a) [1 Punto] Por simple observación de la matriz P , dé una estimación “*a priori*” para cada uno de sus valores propios, indicando en cada caso el error de su estimación.
- (b) [1 Punto] ¿Posee P valores propios con parte imaginaria no nula? Si los posee, determínelos todos. Desde luego, justifique sus respuestas.
- (c) [2 Puntos] Aplique el método de la iteración inversa, con la variante de Rayleigh, para determinar uno de los valores propios *no extremales* de P . Simultáneamente determine el vector propio correspondiente. *Nota:* Explique cuidadosamente su algoritmo, recurriendo al formalismo de MATLAB y ejecute unas cuantas iteraciones que pongan en evidencia la convergencia de su método.

Notas “sine qua non”:

- (a) *Duración del examen: 100 minutos.*
- (b) *El certamen debe ser resuelto individualmente con un bolígrafo de tinta indeleble.*
- (d) *¡Buena suerte!*

LSC/lsc, 6 de abril de 2005

¹©Luis Salinas Carrasco, Valparaíso, 6 de abril de 2005. Se ruega al lector estudioso que comunique al autor (luis.salinas@inf.utfsm.cl) todo error que descubra en estos ejercicios, así como también cualquier observación o comentario que estime pertinente.