

Computación Científica II Certamen N^o 1 — Sa.27.03.04 ¹

1. (a) Determinar un número λ tal que los vectores $3\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$ y $8\vec{i} - 9\vec{j} + \lambda\vec{k}$ sean perpendiculares entre sí.
- (b) ¿Existen valores de λ para los cuales el ángulo entre los vectores precedentes es $\frac{3}{11}\pi$ [radianes]? Si existen, determínelos todos.
- (c) ¿Existen valores de λ tales que la proyección del vector dependiente de λ sobre el otro es el 29% de la longitud euclidea de este último? Si tales λ existen, determínelos todos.

2. Considere la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & i & -i \\ e^{i\pi/2} & -e^{i\pi} & 0 & e^{-i\pi/2} \\ 1+i & 0 & i & -2i \end{bmatrix}$, donde $i^2 = -1$.

- (a) Determine los subespacios $N(A)$, $\text{Left}N(A)$, $\text{Row}(A)$ y $\text{Column}(A)$.
- (b) Verifique las relaciones de ortogonalidad que corresponda entre estos subespacios.
3. Considere el espacio vectorial \mathcal{P}_3 de todos los polinomios reales en una variable real de grado a lo más 3, definidos sobre el intervalo $[-1, 1] \subset \mathbb{R}$, equipado con la base canónica $p_i(x) = x^i$, $i = 0 : 3$. Considere, además los polinomios de Tschebyscheff $T_k(x)$ definidos mediante $T_k(x) = \cos(k \arccos x)$, para $k = 0 : 3$.
- (a) Obtenga las expresiones de los polinomios T_k en términos de la base canónica de \mathcal{P}_3
- (b) ¿Constituye $\{T_0, T_1, T_2, T_3\}$ una base de \mathcal{P}_3 ?
- (c) Si su respuesta a la pregunta (b) es afirmativa, determine la matriz de cambio de base correspondiente.

Notas “sine qua non”:

- (a) Duración del certamen: 90 minutos.
- (b) El certamen debe ser resuelto individualmente con un bolígrafo de tinta indeleble.
- (c) ¡Buena suerte!

LSC/lsc, 6 de abril de 2005

¹©Luis Salinas Carrasco, Valparaíso, 6 de abril de 2005. Se ruega al lector estudioso que comunique al autor (luis.salinas@inf.utfsm.cl) todo error que descubra en estos ejercicios, así como también cualquier observación o comentario que estime pertinente.