Universidad Técnica "Federico Santa María"
Departamento de Informática
Valparaíso–Santiago

Computación Científica I
Certamen N$^{\underline{o}}$ 1 — Sábado 01 de Abril de 2006[1]

1. Considere la transformación lineal $\varphi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ que satisface:

$$\varphi(1,-1) = \left(2\sqrt{6}, -2\sqrt{2}\right) , \qquad \varphi(-1,1) = \left(-2\sqrt{6}, 2\sqrt{2}\right) .$$

Considere tanto el dominio como el recorrido $\mathbb{R}^2$ de φ, como un espacio vectorial real equipados con la base canónica:

$$\mathcal{B} = \left\{ \mathbf{e}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} , \ \mathbf{e}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\} .$$

(a) Determine la matriz A que representa φ con respecto a la base $\mathcal{B}$.

(b) La transformación lineal φ, ¿preserva la norma Euclideana $||\cdot||_2$? (i.e., ¿se cumple $||\varphi(x)||_2 = ||x||_2$ para todo $x \in \mathbb{R}^2$?)

(c) Determine el subespacio $N(A) = \ker\varphi$ de $\mathbb{R}^2$.

2. En el espacio vectorial $\mathbb{R}^3$, equipado con el producto interno estándar, considere el sistema de vectores:

$$\mathcal{B} = \left\{ \mathbf{b}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} , \ \mathbf{b}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} , \ \mathbf{b}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right\} .$$

(a) ¿Es $\mathcal{B}$ una base ortonormal de $\mathbb{R}^3$?

(b) Construya un sistema ortonormal $\mathcal{N}$ a partir de $\mathcal{B}$.

(c) ¿Es $\mathcal{N}$ una base de $\mathbb{R}^3$?

Nota "sine qua non": *Duración del certamen:* **90 minutos**. *El certamen debe ser resuelto* individualmente *con un bolígrafo de tinta indeleble. ¡Buena suerte!*

Your CC2 Team: OO+LS+Teaching Assistants/lsc, 1 de Abril de 2006