

Computación Científica I
Certamen N^o 2 — Vi. 12.05.06, 11:45, C-240¹

1. Sea $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$.

- (a) [2 puntos] Determine los valores singulares de A .
- (b) [2 puntos] Determine los vectores singulares *izquierdos* de A (vectores-columna de U).
- (c) [2 puntos] Determine los vectores singulares *derechos* de A (vectores-columna de V^*).
- (d) [2 puntos] Escriba la SVD *reducida* $U\Sigma V^*$ de A . Determine una SVD *completa* $U\Sigma V^*$ de A . Verifique sus resultados.
- (e) [2 puntos] Suponga que los coeficientes de A experimentan una perturbación absoluta $\pm 0,1$. Obtenga una estimación para la perturbación resultante en $\det \Sigma$.

2. Sea $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$.

- (a) [2 puntos] Obtenga la factorización QR *reducida* de B .
- (b) [2 puntos] Obtenga la factorización QR *completa* de B .
- (c) [2 puntos] Utilizando la factorización QR completa de B resuelva el sistema $Bx = b := [2, 0, -2, 1]^T$.
- (d) [2 puntos] Determine el proyector ortogonal \mathfrak{P} sobre el espacio de columnas de B .
- (e) [2 puntos] Suponga que el coeficiente $b_{42} = -1$ experimenta una perturbación de 5%. Obtenga una estimación para la perturbación resultante en $\det \mathfrak{P}$.

Notas “sine qua non”:

- (a) *Duración del examen: 90 minutos.*
- (b) *El certamen debe ser resuelto individualmente con un bolígrafo de tinta indeleble.*
- (c) *¡Buena suerte!*

LSC/lsc, 12 de Mayo de 2006

¹© Luis Salinas Carrasco, Valparaíso, 1 de febrero de 2007. De antemano se agradece toda corrección, crítica o comentario que el amable lector tenga a bien hacer llegar a luis.salinas@usm.cl.