

Presentación

Índice

Introducción

Teoría de Fourier

Sistemas Wavelets

Wavelets

Diseño del Wavelet basado en el *lifting*

Características del Wavelet

Diseño de Wavelet vía Algoritmos Genéticos

Conclusión

Bibliografía

# Diseño de Wavelets mediante Algoritmos Genéticos y su evolución a partir de la Transformada de Fourier

Luis Eduardo Arévalo Reyes

Departamento de Informática  
Universidad Técnica Federico Santa María

9 de diciembre de 2005

# Índice

- 1 Introducción
- 2 Teoría de Fourier
- 3 Sistemas Wavelets
- 4 Wavelets
- 5 Diseño del Wavelet basado en el *lifting*
- 6 Características del Wavelet
- 7 Diseño de Wavelet vía Algoritmos Genéticos
- 8 Conclusión
- 9 Bibliografía

# Introducción

- Diseño de Wavelets para la clasificación de Señales.
- Joseph Fourier.
- Jean Morlet.
- Yves Meyer.
- Tewfik.
- Sweldens.

# Series de Fourier

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \{a_n \cos nt + b_n \sin nt\}, \quad (1)$$

con

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) dt \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (2)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) \cos nt dt \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (3)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) \sin nt dt \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (4)$$

# Transformada Discreta de Fourier

$$\begin{bmatrix} F_0 \\ F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & (i) & (i)^2 & (i)^3 \\ 1 & (i)^2 & (i)^4 & (i)^6 \\ 1 & (i)^3 & (i)^6 & (i)^9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} \quad (5)$$

# Transformada Rápida de Fourier

- Decimado de Tiempo.
  - Inversión Binaria de los datos de entrada.
  - Multiplicación y suma sobre datos invertidos.
- Decimado de Frecuencia.
  - Multiplicación y suma sobre datos de entrada.
  - Inversión Binaria de los datos de salida.

## Transformada Corta de Fourier en el Tiempo

$$STFT(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) h^*(\tau - t) e^{-i\omega\tau} dt \quad (6)$$

Por el teorema de Parseval:

$$STFT(t, \xi) = \frac{e^{-i\xi b}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(t) H(\omega - \xi) e^{i\tau\omega} dt \quad (7)$$

# Transformada Continua Wavelet

$$CWT(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt, \quad (8)$$

Por el teorema de Parseval:

$$CWT(a, b) = \frac{1}{2\pi\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \Psi(a\omega) e^{-i\omega b} dt, \quad (9)$$

# Sistemas Wavelets

- Función madre:  $\psi$ .
- Función escala:  $\phi$ .
- $f(t)$  puede ser representada por  $\sum \sum d_{j,k} \psi(t)$ .
- $d_{j,k}$  está bien definido en el tiempo.
- $\text{span}\{\phi(t - k)\} \subset \text{span}\{\phi(2t - k)\}$ .

## Función Escala

$$\phi(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq t < 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} . \quad (10)$$

Trasladando ...

$$\phi(t - k) = \begin{cases} 1 & \text{si } t_1 = k \leq t < k + 1 = t_2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} . \quad (11)$$

Escalando ...

$$\phi(2^j t - k) = \begin{cases} 1 & \text{si } t_1 = \frac{k}{2^j} \leq t < \frac{1+k}{2^j} = t_2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} . \quad (12)$$

Normalizando ...

## Función Escala

$$2^{\frac{j}{2}} \phi(2^j t - k) = \begin{cases} 2^{\frac{j}{2}} & \text{si } t_1 = \frac{k}{2^j} \leq t < \frac{1+k}{2^j} = t_2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} . \quad (13)$$

## Función Wavelet

$$\psi(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq t \leq \frac{1}{2} \\ -1 & \text{si } \frac{1}{2} \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} . \quad (14)$$

Trasladando ...

$$\psi_k(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } k \leq t \leq k + \frac{1}{2} \\ -1 & \text{si } k + \frac{1}{2} \leq t \leq k + 1 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} . \quad (15)$$

Escalando ...

## Función Wavelet

$$\psi(2^j t - k) = \begin{cases} 1 & \text{si } \frac{k}{2^j} \leq t \leq \frac{k}{2^j} + \frac{1}{2^{j+1}} \\ -1 & \text{si } \frac{k}{2^j} + \frac{k}{2^{j+1}} \leq t \leq \frac{k+1}{2^j} \\ 0 & \text{en otro caso;} \end{cases} \quad (16)$$

Normalizando ...

$$2^{\frac{j}{2}} \psi(2^j t - k) = \begin{cases} 2^{\frac{j}{2}} & \text{si } \frac{k}{2^j} \leq t \leq \frac{k}{2^j} + \frac{1}{2^{j+1}} \\ -2^{\frac{j}{2}} & \text{si } \frac{k}{2^j} + \frac{k}{2^{j+1}} \leq t \leq \frac{k+1}{2^j} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (17)$$

# Análisis multi resolución

$$f(t) = f_0(t) + \sum_{j \geq 0} g_j(t), \quad (18)$$

donde

$$g_j(t) = f_{j+1}(t) - f_j(t), \quad (19)$$

$$g_j(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} d_{j,k} \psi_{j,k}(t). \quad (20)$$

# Transformada Discreta Wavelet

$$f(t) = \sum_{k=0}^{2^{j_0}-1} c_{j_0,k} \phi_{j_0,k}(t) + \sum_{j=j_0}^{N-1} \sum_{K=0}^{2^j-1} d_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad j, k \in \mathbb{Z}^+ \quad (21)$$

$$A.x = b \quad (22)$$

con

- $A$ : Función escala y wavelet.
- $b$ : Señal original.
- $x$ : Detalle y Clasificador.

# Transformada Rápida Wavelet

Análisis:

$$c_{J-1,k} = \frac{1}{\sqrt{2}} (c_{J,2k} + c_{J,2k+1}), \quad (23)$$

$$d_{J-1,k} = \frac{1}{\sqrt{2}} (c_{J,2k} - c_{J,2k+1}). \quad (24)$$

# Transformada Continua Wavelet

Síntesis:

$$c_{J,2k} = \frac{1}{\sqrt{2}} (c_{J-1,k} + d_{J-1,k}), \quad (25)$$

$$d_{J,2k} = \frac{1}{\sqrt{2}} (c_{J-1,k} - d_{J-1,k}). \quad (26)$$

# Diseño del Wavelet basado en el *lifting*

Esquema del *lifting*:

- Dividir.
- Predecir.
- Actualizar.

## Características del Wavelets

$$w_j(k) = \frac{d_j^2(k)}{z_j} \quad z_j = \sum_k d_j^2(k). \quad (27)$$

$$m_{rj} = \sum_k (k - m_{1j})^r w_j(k) \quad m_{1j} = \sum_k k w_j(k). \quad (28)$$

# Características del Wavelets

Conjunto de características compuesta de:

- Varianza.
- *Skewness*.
- Curtosis.

# Lenguaje Clasificador

- “Supervivencia del más fuerte”.
- Cromosomas.
- Lenguaje Clasificador.
- Léxico.
- Gramática.




## Crossover para el árbol de Cromosomas

- El cromosoma es como una árbol.
- Proceso de *crossover*.
- Restricciones para evitar redundancia.

- Presentación
- Índice
- Introducción
- Teoría de Fourier
- Sistemas Wavelets
- Wavelets
- Diseño del Wavelet basado en el *lifting*
- Características del Wavelet
- Diseño de Wavelet vía Algoritmos Genéticos
- Conclusión**
- Bibliografía

# Conclusión

## Bibliografía

-  E. Jones, P. Runkle, N. Dasgupta, L. Couchman y L. Carin.  
“Genetic Algorithm Wavelet Design for Signal Clasification”.  
*IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Inteligence*, vol.  
23, pp. 890-895, Ago. 2001.
-  D. E. Goldberg.  
*Genetic Algorithms*  
New York: Addison-Wesley, 1989
-  P. Faundez y A. Fuentes.  
*Procesamiento Digital de Señales Acústicas utilizando Wavelets*.  
Instituto de Matemáticas, UACH.

## Bibliografía



Y. Meyer.

*Wavelets and Operators.*

Cambridge University Press.



E. Hernández y G. Weiss.

*A First Course on Wavelets.*

CRC Press LLC.